**Розрахунково-графічна робота № 1**

***Задача №1***

 Обчислити визначник: а) за правилом трикутника,

 б) розкладом за елементами 1-го рядка.

20.  .

Розв’язок:

а) $\left|\begin{matrix}2&1&-7\\-2&0&1\\1&-1&5\end{matrix}\right|=2∙0∙5+1∙1∙1+-7∙\left(-2\right)∙\left(-1\right)-1∙0∙\left(-7\right)—1∙1∙2-$

$$-5∙(-2)∙1=-1$$

б) $\left|\begin{matrix}2&1&-7\\-2&0&1\\1&-1&5\end{matrix}\right|=2∙\left|\begin{matrix}0&1\\-1&5\end{matrix}\right|-1∙\left|\begin{matrix}-2&1\\1&5\end{matrix}\right|+\left(-7\right)∙\left|\begin{matrix}-2&0\\1&-1\end{matrix}\right|=$

$$=2∙\left(0∙5-1∙\left(-1\right)\right)-1∙\left(\left(-2\right)∙5-1∙1\right)-7∙\left(\left(-2\right)∙\left(-1\right)-0∙1\right)=-1$$

Відповідь: -1.

***Задача № 2***

 Знайти матриці   , .

20. .

Розв’язок:

$$А+В=\left(\begin{matrix}1&0&5\\1&2&-1\\4&1&3\end{matrix}\right)+\left(\begin{matrix}2&3&-1\\1&1&2\\1&3&1\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}1+2&0+3&5-1\\1+1&2+1&-1+2\\4+1&1+3&3+1\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}3&3&4\\2&3&1\\5&4&4\end{matrix}\right)$$

$$А-В=\left(\begin{matrix}1&0&5\\1&2&-1\\4&1&3\end{matrix}\right)-\left(\begin{matrix}2&3&-1\\1&1&2\\1&3&1\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}1-2&0-3&5-(-1)\\1-1&2-1&-1-2\\4-1&1-3&3-1\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}-1&-3&6\\0&1&-3\\3&-2&2\end{matrix}\right)$$

$$А∙В=\left(\begin{matrix}1&0&5\\1&2&-1\\4&1&3\end{matrix}\right)∙\left(\begin{matrix}2&3&-1\\1&1&2\\1&3&1\end{matrix}\right)=$$

$$=\left(\begin{matrix}1∙2+0∙1+5∙1&1∙3+0∙1+5∙3&1∙\left(-1\right)+0∙2+5∙1\\1∙2+2∙1-1∙1&1∙3+2∙1-1∙3&1∙\left(-1\right)+2∙2-1∙1\\4∙2+1∙1+3∙1&4∙3+1∙1+3∙3&4∙\left(-1\right)+1∙2+3∙1\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}7&18&4\\3&2&2\\12&22&1\end{matrix}\right)$$

Знайдемо обернену матрицю А–1 за допомогою матриці алгебраїчних доповнень:

$$A^{-1}=\frac{1}{\left|A\right|}∙C^{T}=\frac{1}{\left|A\right|}∙\left(\begin{matrix}C\_{11}&C\_{21}&C\_{31}\\C\_{12}&C\_{22}&C\_{32}\\C\_{13}&C\_{23}&C\_{33}\end{matrix}\right)$$

$$\left|A\right|=\left|\begin{matrix}1&0&5\\1&2&-1\\4&1&3\end{matrix}\right|=1∙2∙3+0∙\left(-1\right)∙4+5∙1∙1-4∙2∙5-1∙(-1)∙1-3∙1∙0=-28$$

$$C\_{11}= -1^{1+1}∙\left|\begin{matrix}2&-1\\1&3\end{matrix}\right|=1∙\left(6-\left(-1\right)\right)=7$$

$$C\_{12}= -1^{1+2}∙\left|\begin{matrix}1&-1\\4&3\end{matrix}\right|=-1∙\left(3-(-4)\right)=-7$$

$$C\_{13}= -1^{1+3}∙\left|\begin{matrix}1&2\\4&1\end{matrix}\right|=1∙\left(1-8\right)=-7$$

$$C\_{21}= -1^{2+1}∙\left|\begin{matrix}0&5\\1&3\end{matrix}\right|=-1∙\left(0—5\right)=5$$

$$C\_{22}= -1^{2+2}∙\left|\begin{matrix}1&5\\4&3\end{matrix}\right|=1∙\left(3-20\right)=-17$$

$$C\_{23}= -1^{2+3}∙\left|\begin{matrix}1&0\\4&1\end{matrix}\right|=-1∙\left(1-0\right)=-1$$

$$C\_{31}= -1^{3+1}∙\left|\begin{matrix}0&5\\2&-1\end{matrix}\right|=1∙\left(0-10\right)=-10$$

$$C\_{32}= -1^{3+2}∙\left|\begin{matrix}1&5\\1&-1\end{matrix}\right|=-1∙\left(-1-5\right)=6$$

$$C\_{33}= -1^{3+3}∙\left|\begin{matrix}1&0\\1&2\end{matrix}\right|=1∙\left(2-0\right)=2$$

$$A^{-1}=\frac{1}{\left|A\right|}∙C^{T}=\frac{1}{-28}∙\left(\begin{matrix}7&5&-10\\-7&-17&6\\-7&-1&2\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}-\frac{1}{4}&-\frac{5}{28}&\frac{5}{14}\\\frac{1}{4}&\frac{17}{28}&-\frac{3}{14}\\\frac{1}{4}&\frac{1}{28}&-\frac{1}{14}\end{matrix}\right)$$

Відповідь: $А+В=\left(\begin{matrix}3&3&4\\2&3&1\\5&4&4\end{matrix}\right)$, $А-В=\left(\begin{matrix}-1&-3&6\\0&1&-3\\3&-2&2\end{matrix}\right),$ $А∙В=\left(\begin{matrix}7&18&4\\3&2&2\\12&22&1\end{matrix}\right),$
$$A^{-1}=\left(\begin{matrix}-\frac{1}{4}&-\frac{5}{28}&\frac{5}{14}\\\frac{1}{4}&\frac{17}{28}&-\frac{3}{14}\\\frac{1}{4}&\frac{1}{28}&-\frac{1}{14}\end{matrix}\right).$$

***Задача № 3***

Розв’язати систему рівнянь за формулами Крамера, матричним способом , методом Гаусса:

20. 

Розв’язок:

1) Розв’язок системи рівнянь за формулами Крамера:

Знайдемо визначники Δ, Δ1, Δ2, Δ3, використовуючи правило Саррюса:

$$∆=\left|\begin{matrix}1&-4&-2\\3&1&1\\-3&5&-6\end{matrix}\right|=1∙1∙\left(-6\right)+\left(-4\right)∙1∙\left(-3\right)+\left(-2\right)∙3∙5—3∙1∙\left(-2\right)-$$

$$-5∙1∙1-\left(-6\right)∙3∙(-4)=-107$$

$$∆\_{1}=\left|\begin{matrix}3&-4&-2\\3&1&1\\-2&5&-6\end{matrix}\right|=3∙1∙\left(-6\right)+\left(-4\right)∙1∙\left(-2\right)+\left(-2\right)∙3∙5—2∙1∙\left(-2\right)-$$

$$-5∙1∙3-\left(-6\right)∙3∙(-4)=-131$$

$$∆\_{2}=\left|\begin{matrix}1&3&-2\\3&3&1\\-3&-2&-6\end{matrix}\right|=1∙3∙\left(-6\right)+3∙1∙\left(-3\right)+\left(-2\right)∙3∙\left(-2\right)—3∙3∙\left(-2\right)-$$

$$-\left(-2\right)∙1∙1-(-6)∙3∙3=23$$

$$∆\_{3}=\left|\begin{matrix}1&-4&3\\3&1&3\\-3&5&-2\end{matrix}\right|=1∙1∙\left(-2\right)+\left(-4\right)∙3∙\left(-3\right)+3∙3∙5—3∙1∙3-$$

$$-5∙3∙1-\left(-2\right)∙3∙(-4)=49$$

Знайдемо х1, х2 і х3, поділивши відповідно Δ1, Δ2 і Δ3 на Δ.

$$x\_{1}=\frac{∆\_{1}}{∆}=\frac{-131}{-107}=\frac{131}{107}$$

$$x\_{2}=\frac{∆\_{2}}{∆}=\frac{23}{-107}=-\frac{23}{107}$$

$$x\_{3}=\frac{∆\_{3}}{∆}=\frac{49}{-107}=-\frac{49}{107}$$

2) Розв’язок системи рівнянь матричним методом (за допомогою оберненої матриці):

$$A∙X=B$$

$$X=A^{-1}∙B$$

$$A=\left(\begin{matrix}1&-4&-2\\3&1&1\\-3&5&-6\end{matrix}\right)$$

$$B=\left(\begin{matrix}3\\3\\-2\end{matrix}\right)$$

Знайдемо обернену матрицю А–1 за допомогою матриці алгебраїчних доповнень:

$$A^{-1}=\frac{1}{\left|A\right|}∙C^{T}=\frac{1}{\left|A\right|}∙\left(\begin{matrix}C\_{11}&C\_{21}&C\_{31}\\C\_{12}&C\_{22}&C\_{32}\\C\_{13}&C\_{23}&C\_{33}\end{matrix}\right)$$

$$\left|A\right|=∆=-107$$

$$C\_{11}= -1^{1+1}∙\left|\begin{matrix}1&1\\5&-6\end{matrix}\right|=1∙\left(-6-5\right)=-11$$

$$C\_{12}= -1^{1+2}∙\left|\begin{matrix}3&1\\-3&-6\end{matrix}\right|=-1∙\left(-18-(-3)\right)=15$$

$$C\_{13}= -1^{1+3}∙\left|\begin{matrix}3&1\\-3&5\end{matrix}\right|=1∙\left(15-(-3)\right)=18$$

$$C\_{21}= -1^{2+1}∙\left|\begin{matrix}-4&-2\\5&-6\end{matrix}\right|=-1∙\left(24—(-10)\right)=-34$$

$$C\_{22}= -1^{2+2}∙\left|\begin{matrix}1&-2\\-3&-6\end{matrix}\right|=1∙\left(-6-6\right)=-12$$

$$C\_{23}= -1^{2+3}∙\left|\begin{matrix}1&-4\\-3&5\end{matrix}\right|=-1∙\left(5-12\right)=7$$

$$C\_{31}= -1^{3+1}∙\left|\begin{matrix}-4&-2\\1&1\end{matrix}\right|=1∙\left(-4-\left(-2\right)\right)=-2$$

$$C\_{32}= -1^{3+2}∙\left|\begin{matrix}1&-2\\3&1\end{matrix}\right|=-1∙\left(1-\left(-6\right)\right)=-7$$

$$C\_{33}= -1^{3+3}∙\left|\begin{matrix}1&-4\\3&1\end{matrix}\right|=1∙\left(1-(-12)\right)=13$$

$$A^{-1}=\frac{1}{\left|A\right|}∙C^{T}=\frac{1}{-107}∙\left(\begin{matrix}-11&-34&-2\\15&-12&-7\\18&7&13\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}\frac{11}{107}&\frac{34}{107}&\frac{2}{107}\\-\frac{15}{107}&\frac{12}{107}&\frac{7}{107}\\-\frac{18}{107}&-\frac{7}{107}&-\frac{13}{107}\end{matrix}\right)$$

Перемножимо А– 1 і В:

$$X=A^{-1}∙B=\left(\begin{matrix}\frac{11}{107}&\frac{34}{107}&\frac{2}{107}\\-\frac{15}{107}&\frac{12}{107}&\frac{7}{107}\\-\frac{18}{107}&-\frac{7}{107}&-\frac{13}{107}\end{matrix}\right)∙\left(\begin{matrix}3\\3\\-2\end{matrix}\right)=$$

$$=\left(-\begin{matrix}\frac{11}{107}∙3+\frac{34}{107}∙3+\frac{2}{107}∙(-2)\\\frac{15}{107}∙3+\frac{12}{107}∙3+\frac{7}{107}∙(-2)\\-\frac{18}{107}∙3-\frac{7}{107}∙3-\frac{13}{107}∙(-2)\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}\frac{131}{107}\\-\frac{23}{107}\\-\frac{49}{107}\end{matrix}\right)$$

3) Розв’язок системи рівнянь методом Гаусса:

Перетворимо розширену матрицю системи $\left(\begin{matrix}1&-4&-2\\3&1&1\\-3&5&-6\end{matrix}\left|\begin{matrix}3\\3\\-2\end{matrix}\right.\right)$ до ступеневого вигляду:

- Від другого рядка віднімемо помножений на 3 перший рядок:

$\left(\begin{matrix}1&-4&-2\\0&13&7\\-3&5&-6\end{matrix}\left|\begin{matrix}3\\-6\\-2\end{matrix}\right.\right)$

- До третього рядка додамо помножений на 3 перший рядок:

$\left(\begin{matrix}1&-4&-2\\0&13&7\\0&-7&-12\end{matrix}\left|\begin{matrix}3\\-6\\7\end{matrix}\right.\right)$

- До третього рядка додамо помножений на 7/13 другий рядок:

$\left(\begin{matrix}1&-4&-2\\0&13&7\\0&0&-\frac{107}{13}\end{matrix}\left|\begin{matrix}3\\-6\\\frac{49}{13}\end{matrix}\right.\right)$

$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}-4x\_{2}-2x\_{3}=3\\ 13x\_{2}+7x\_{3}=-6\\ -\frac{107}{13}x\_{3}=\frac{49}{13}\end{array}\right.$ (1)

З рівняння 3 системи (1) знайдемо х3:

$-\frac{107}{13}x\_{3}=\frac{49}{13}$

$x\_{3}=-\frac{49}{107}$

З рівняння 2 системи (1) знайдемо х2:

$13x\_{2}=-7x\_{3}+6$

 $13x\_{2}=-7∙\left(-\frac{49}{107}\right)+6$

 $13x\_{2}=-7∙\left(-\frac{49}{107}\right)+6$

 $13x\_{2}=\left(\frac{7∙49+6∙107}{107}\right)/13 $

 $x\_{2}=-\frac{23}{107}$

З рівняння 1 системи (1) знайдемо х2:

 $x\_{1}=4x\_{2}+2x\_{3}+3$

 $x\_{1}=4∙\left(-\frac{23}{107}\right)+2∙(-\frac{49}{107})+3$

 $x\_{1}=\frac{131}{107}$

Відповідь: $x\_{1}=\frac{131}{107}$, $x\_{2}=-\frac{23}{107}$, $x\_{3}=-\frac{49}{107}$.

***Задача № 4*** Дано координати вершин піраміди *ABCD*. Знайти: 1) довжину ребра *AB;* 2) кут між ребрами *AB*  та *CD* ; 3) площу ∆*ABC*; 4) об’єм піраміди *ABCD*; 5) рівняння площини, що проходить через точки *A,C* і *D*; 6) довжину висоти  піраміди.

20. .

Розв’язок:

1) Довжина ребра *АВ*:

$$\left|АВ\right|=\sqrt{X^{2}+Y^{2}+Z^{2}}=\sqrt{\left(х\_{В}-х\_{А}\right)^{2}+\left(y\_{В}-y\_{А}\right)^{2}+\left(z\_{В}-z\_{А}\right)^{2}}=$$

$=\sqrt{(4-3)^{2}+(1-(-1))^{2}+(5-2)^{2}}=\sqrt{1^{2}+2^{2}+3^{2}}=\sqrt{14}$.

Координати ребра *АВ*:

*AB*(1; 2; 3)

2) Довжина і координати ребра *CD*:

$$\left|CD\right|=\sqrt{X^{2}+Y^{2}+Z^{2}}=\sqrt{\left(х\_{D}-х\_{C}\right)^{2}+\left(y\_{D}-y\_{C}\right)^{2}+\left(z\_{D}-z\_{C}\right)^{2}}=$$

$=\sqrt{(4-5)^{2}+(2-(-2))^{2}+(6-1)^{2}}=\sqrt{(-1)^{2}+4^{2}+5^{2}}=\sqrt{42}$.

*CD*(-1; 4; 5)

Кут γ між ребрами *AB*  та *CD* знаходимо за формулою:

$$cosγ=\frac{AB∙CD}{\left|AB\right|∙\left|CD\right|}=\frac{X\_{AB}∙X\_{CD}+Y\_{AB}∙Y\_{CD}+Z\_{AB}∙Z\_{CD}}{\left|AB\right|∙\left|CD\right|}=\frac{1∙\left(-1\right)+2∙4+3∙5}{\sqrt{14}∙\sqrt{42}}=0,907$$

$$γ=arccos⁡(0,907)=24,9°$$

3) Площу ∆*ABC* знайдемо за формулою:

$$S\_{ABC}=\frac{1}{2}∙\left|AB\right|∙\left|AC\right|∙sinα=\frac{1}{2}∙\left|AB\right|∙\left|AC\right|∙\sqrt{1-cos^{2}α}$$

Довжина і координати ребра *АС*:

$$\left|AC\right|=\sqrt{X^{2}+Y^{2}+Z^{2}}=\sqrt{\left(х\_{C}-х\_{A}\right)^{2}+\left(y\_{C}-y\_{A}\right)^{2}+\left(z\_{C}-z\_{A}\right)^{2}}=$$

$=\sqrt{(5-3)^{2}+(-2-(-1))^{2}+(1-2)^{2}}=\sqrt{2^{2}+(-1)^{2}+(-1)^{2}}=\sqrt{6}$.

*CD*(2; -1; -1)

Кут між ребрами *АВ* і *АС*:

$$cosα=\frac{AB∙AC}{\left|AB\right|∙\left|AC\right|}=\frac{X\_{AB}∙X\_{AC}+Y\_{AB}∙Y\_{AC}+Z\_{AB}∙Z\_{AC}}{\left|AB\right|∙\left|AC\right|}=\frac{1∙2+2∙\left(-1\right)+3∙(-1)}{\sqrt{14}∙\sqrt{6}}=-0,327$$

$$S\_{ABC}=\frac{1}{2}∙\sqrt{14}∙\sqrt{6}∙\sqrt{1-\left(-0,327\right)^{2} }=4,33$$

4) Об’єм піраміди, побудований на векторах *АВ*, *АС*, *АD*:

$$V=\frac{1}{6}∙\left|\begin{matrix}X\_{AB}&Y\_{AB}&Z\_{AB}\\X\_{AC}&Y\_{AC}&Z\_{AC}\\X\_{AD}&Y\_{AD}&Z\_{AD}\end{matrix}\right|$$

Координати вектора *АD*:

*АD*$\left(х\_{D}-х\_{А}; y\_{D}-y\_{А}; z\_{D}-z\_{А}\right)$

*АD*$\left(4-3; 2-(-1); 6-2\right)$

*АD*$\left(1; 3; 4\right)$

$$V=\frac{1}{6}∙\left|\begin{matrix}1&2&3\\2&-1&-1\\1&3&4\end{matrix}\right|=$$

$$=\frac{1}{6}∙\left(1∙\left(\left(-1\right)∙4-3∙\left(-1\right)\right)-2∙\left(2∙4-3∙3\right)+1∙\left(2∙\left(-1\right)—1\right)∙3\right)=\frac{2}{6}=$$

$$=\frac{1}{3}=0,333$$

5) Рівняння площини, що проходить через точки *А*, *С* і *D*:

$$\left|\begin{matrix}x-x\_{A}&y-y\_{A}&z-z\_{A}\\x\_{C}-x\_{A}&y\_{C}-y\_{A}&z\_{C}-z\_{A}\\x\_{D}-x\_{A}&y\_{D}-y\_{A}&z\_{D}-z\_{A}\end{matrix}\right|=0$$

$$\left|\begin{matrix}x-x\_{A}&y-y\_{A}&z-z\_{A}\\X\_{AC}&Y\_{AC}&Z\_{AC}\\X\_{AD}&Y\_{AD}&Z\_{AD}\end{matrix}\right|=0$$

$$\left|\begin{matrix}x-3&y-(-1)&z-2\\2&-1&-1\\1&3&4\end{matrix}\right|=0$$

$$\left(x-3\right)∙(\left(-1\right)∙4-3∙\left(-1\right)-(y+1)∙(2∙4-1∙\left(-1\right)+(z-2)∙(2∙3-1∙\left(-1\right)=0$$

$$-x+3-9y-9+7z-14=0$$

$-x-9y+7z-20=0$ – рівняння площини *АСD*.

6) Довжина висоти *ВВ1*, дорівнює відстані від вершини піраміди *В*(4; 1; 5) до площини *АСD* (рівняння площини: $-x-9y+7z-20=0$):

$$BB\_{1}=\frac{\left|Ax\_{B}+By\_{B}+Cz\_{B}+D\right|}{\sqrt{A^{2}+B^{2}+C^{2}}}=\frac{\left|-1∙4+\left(-9\right)∙1+7∙5+(-20)\right|}{\sqrt{(-1)^{2}+(-9)^{2}+7^{2}}}=\frac{2}{\sqrt{131}}=0,175$$

Відповідь: 1) $\left|АВ\right|=\sqrt{14}$; 2) $γ=24,9°$; 3) $S\_{ABC}=4,33$; 4) $V=0,333$; 5) рівняння площини *АСD*: $-x-9y+7z-20=0$; 6) $BB\_{1}=0,175$.

***Задача № 5***

 У трикутнику, заданому вершинами ,  і , знайти:

1. рівняння і довжину медіани , проведеної з вершини ; 2) рівняння і довжину висоти , проведеної з вершини ; 3) гострий кут між медіаною  та висотою *AN*; 4) рiвняння прямої, що проходить через вершину *А* паралельно *ВС*.

20. .

Розв’язок:

1) Знайдемо координати точки *М* за формулами ділення відрізку *ВС* навпіл:

$$x\_{M}=\frac{x\_{B}+x\_{C}}{2}=\frac{2+1}{2}=\frac{3}{2}$$

$$y\_{M}=\frac{y\_{B}+y}{2}=\frac{4+7}{2}=\frac{11}{2}$$

*М*(3/2; 11/2)

Знайдемо рівняння медіани *АМ*, проведеної з вершини *А*, через канонічне рівняння прямої, що проходить через дві задані точки – *А*(3; 2) і *М*(3/2; 11/2):

$$\frac{x-x\_{A}}{x\_{M}-x\_{A}}=\frac{y-y\_{A}}{y\_{M}-y\_{A}}$$

$$\frac{x-3}{\frac{3}{2}-3}=\frac{y-2}{\frac{11}{2}-2}$$

$$\frac{x-3}{-\frac{3}{2}}=\frac{y-2}{\frac{7}{2}}$$

$$y=-\frac{7}{3}x+9$$

$$7x+3y-27=0$$

Довжина медіани *АМ* дорівнює відстані між *А*(3; 2) і *М*(3/2; 11/2):

$$\left|AM\right|=\sqrt{\left(x\_{M}-x\_{A}\right)^{2}+\left(y\_{M}-y\_{A}\right)^{2}}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}-3\right)^{2}+\left(\frac{11}{2}-2\right)^{2}}=3,8$$

2) Пряма, що проходить через точку *N0*(*x0; y0*) і перпендикулярна прямій *Ax+By+C*=0 має направляючий вектор (*А; В*), і, значить, підпорядковується рівнянню:

$$\frac{x-x\_{0}}{A}=\frac{y-y\_{0}}{B}$$

Знайдемо рівняння *BC* через канонічне рівняння прямої, що проходить через дві задані точки – *B*(2; 4) і *C*(1; 7):

$$\frac{x-x\_{B}}{x\_{C}-x\_{B}}=\frac{y-y\_{B}}{y\_{C}-y\_{B}}$$

$$\frac{x-2}{1-2}=\frac{y-4}{7-4}$$

$$\frac{x-3}{-1}=\frac{y-2}{3}$$

$$y=-3x+10$$

$$3x+y-10=0$$

Знайдемо рівняння висоти *АN* з вершини *А*:

$$\frac{x-x\_{A}}{A}=\frac{y-y\_{A}}{B}$$

$$\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{1}$$

$$y=\frac{1}{3}x+1$$

$$-x+3y-3=0$$

Знайдемо координати точки перетину *АN* з *BC*, вирішивши систему рівнянь:

$\left\{\begin{array}{c}-x+3y-3=0\\3x+y-10=0\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x=3y-3\\3∙\left(3y-3\right)+y-10=0\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x=3y-3\\9y-9+y-10=0\end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{c}y=\frac{19}{10}\\x=3∙\frac{19}{10}-3\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}y=\frac{19}{10}\\x=\frac{27}{10}\end{array}\right.$

*N*(27/10; 19/10)

Довжина висоти *АN* дорівнює відстані між *А*(3; 2) і *N*(27/10; 19/10):

$$\left|AN\right|=\sqrt{\left(x\_{N}-x\_{A}\right)^{2}+\left(y\_{N}-y\_{A}\right)^{2}}=\sqrt{\left(\frac{27}{10}-3\right)^{2}+\left(\frac{19}{10}-2\right)^{2}}=\sqrt{\frac{1}{10}=}0,32$$

3) Косинус кута φ між двома прямими, заданими загальними рівняннями *A1x+B1y+C1*=0 і *A2x+B2y+C2*=0 розраховується за формулою:

$$\cos(φ=\frac{A\_{1}A\_{2}+B\_{1}B\_{2}}{\sqrt{A\_{1}^{2}+B\_{1}^{2}}\sqrt{A\_{2}^{2}+B\_{2}^{2}}}) $$

Косинус гострого кута φ між двома прямими *АМ* і *АN*, вираженими відповідно рівняннями
$7x+3y-27=0$ і $-x+3y-3=0$:

$$\cos(φ=\frac{7∙\left(-1\right)+3∙3}{\sqrt{7^{2}+3^{2}}\sqrt{\left(-1\right)^{2}+3^{2}}}=\frac{2}{2\sqrt{145}}=0,08)$$

$$ φ=\arccos(\left(0,08\right)=85,24°)$$

4) Знайдемо рівняння прямої, що проходить через вершину *А*(3; 2) паралельно *ВС* (рівняння прямої $y=-3x+10$) за формулою:

$$\left(y-y\_{0}\right)=k\left(x-x\_{0}\right),$$

де $k=-3,$ $x\_{0}=x\_{A}=3,$ $y\_{0}=y\_{A}=2$

$$\left(y-2\right)=-3∙\left(x-3\right),$$

$$y-2=-3x+9$$

$$y=-3x+11$$

$$3x+y-11=0$$

Відповідь: 1) $7x+3y-27=0, \left|AM\right|=3,8$; 2) $-x+3y-3=0,$ $\left|AN\right|=0,32$; 3) $ φ=85,24°$; 4) $3x+y-11=0$.

***Задача № 6***

 Вказати тип кривої та побудувати її графік:

20. .

Розв’язок:

Зробимо перетворення для приведення рівняння до вигляду $\left(y-b\right)^{2}=\pm 2p(x-a)$:

$$(y^{2}-2∙y+2)-10x-21=0$$

$$\left(y-1\right)^{2}=10x+21$$

$$\left(y-1\right)^{2}=2∙5∙(x+2,1)$$

$$\left(y-1\right)^{2}=10∙(x-(-2,1))$$

Це рівняння параболи.

Її вершина розташована в точці О(-2,1; 1)

