Вариант 11. Объем выборки 30, выборочные данные:

32 39 30 26 29 39 41 28 36 36 38 40 41 42 53 50 29 46 29 32 41 34 46 39 29 32 35 37 29 35

Для данной выборки составим вариационный ряд $x\_{i}$, $i=1, …, 30$:

26 28 29 29 29 29 29 30 32 32 32 34 35 35 36 36 37 38 39 39 39 40 41 41 41 42 46 46 50 53

Построим вспомогательную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$i$$ | $$x\_{i}$$ | $$x\_{i}^{2}$$ | $$x\_{i}-\overbar{X}$$ | $$|x\_{i}-\overbar{X}|$$ | $$(x\_{i}-\overbar{X)}^{2}$$ | $$(x\_{i}-\overbar{X)}^{3}$$ | $$(x\_{i}-\overbar{X)}^{4}$$ |
| 1 | 26 | 676 | -10,43 | 10,43 | 108,7849 | -1134,63 | 11834,15 |
| 2 | 28 | 784 | -8,43 | 8,43 | 71,0649 | -599,077 | 5050,22 |
| 3 | 29 | 841 | -7,43 | 7,43 | 55,2049 | -410,172 | 3047,581 |
| 4 | 29 | 841 | -7,43 | 7,43 | 55,2049 | -410,172 | 3047,581 |
| 5 | 29 | 841 | -7,43 | 7,43 | 55,2049 | -410,172 | 3047,581 |
| 6 | 29 | 841 | -7,43 | 7,43 | 55,2049 | -410,172 | 3047,581 |
| 7 | 29 | 841 | -7,43 | 7,43 | 55,2049 | -410,172 | 3047,581 |
| 8 | 30 | 900 | -6,43 | 6,43 | 41,3449 | -265,848 | 1709,401 |
| 9 | 32 | 1024 | -4,43 | 4,43 | 19,6249 | -86,9383 | 385,1367 |
| 10 | 32 | 1024 | -4,43 | 4,43 | 19,6249 | -86,9383 | 385,1367 |
| 11 | 32 | 1024 | -4,43 | 4,43 | 19,6249 | -86,9383 | 385,1367 |
| 12 | 34 | 1156 | -2,43 | 2,43 | 5,9049 | -14,3489 | 34,86784 |
| 13 | 35 | 1225 | -1,43 | 1,43 | 2,0449 | -2,92421 | 4,181616 |
| 14 | 35 | 1225 | -1,43 | 1,43 | 2,0449 | -2,92421 | 4,181616 |
| 15 | 36 | 1296 | -0,43 | 0,43 | 0,1849 | -0,07951 | 0,034188 |
| 16 | 36 | 1296 | -0,43 | 0,43 | 0,1849 | -0,07951 | 0,034188 |
| 17 | 37 | 1369 | 0,57 | 0,57 | 0,3249 | 0,185193 | 0,10556 |
| 18 | 38 | 1444 | 1,57 | 1,57 | 2,4649 | 3,869893 | 6,075732 |
| 19 | 39 | 1521 | 2,57 | 2,57 | 6,6049 | 16,97459 | 43,6247 |
| 20 | 39 | 1521 | 2,57 | 2,57 | 6,6049 | 16,97459 | 43,6247 |
| 21 | 39 | 1521 | 2,57 | 2,57 | 6,6049 | 16,97459 | 43,6247 |
| 22 | 40 | 1600 | 3,57 | 3,57 | 12,7449 | 45,49929 | 162,4325 |
| 23 | 41 | 1681 | 4,57 | 4,57 | 20,8849 | 95,44399 | 436,179 |
| 24 | 41 | 1681 | 4,57 | 4,57 | 20,8849 | 95,44399 | 436,179 |
| 25 | 41 | 1681 | 4,57 | 4,57 | 20,8849 | 95,44399 | 436,179 |
| 26 | 42 | 1764 | 5,57 | 5,57 | 31,0249 | 172,8087 | 962,5444 |
| 27 | 46 | 2116 | 9,57 | 9,57 | 91,5849 | 876,4675 | 8387,794 |
| 28 | 46 | 2116 | 9,57 | 9,57 | 91,5849 | 876,4675 | 8387,794 |
| 29 | 50 | 2500 | 13,57 | 13,57 | 184,1449 | 2498,846 | 33909,34 |
| 30 | 53 | 2809 | 16,57 | 16,57 | 274,5649 | 4549,54 | 75385,88 |
| $$⅀$$ | 1093 | 41159 | 0 | 163,86 | 1337,367 | 5029,356 | 1788550 |

Выборочная средняя арифметическая:

$$\overbar{X}=\frac{1093}{30}≈36,43$$

Выборочная медиана:

$$M\_{e}=\frac{1}{2}\left(x\_{15}+x\_{16}\right)=\frac{1}{2}\left(36+36\right)=36$$

Выборочная мода:

$$M\_{o}=\overbar{X}+3\left(M\_{e}-\overbar{X}\right)=$$

$$=36,43+3\left(36-36,43\right)=35,14$$

Абсолютные и средние показатели вариации данных

Размах вариации:

$$X\_{R}=53-26=27$$

Среднее линейное отклонение:

$$\overbar{D}=\frac{163.86}{30}=5,46$$

Выборочная дисперсия и исправленная выборочная дисперсия:

$$S^{2}=\frac{41159}{30}-36,43^{2}=44,82$$

$$\overbar{S}^{2}=\frac{1337,367}{30-1}=46,12$$

Соответствующие выборочные средние квадратичные отклонения:

$$S=\sqrt{44,82}=6,695$$

$$\overbar{S}=\sqrt{46,12}=6,791$$

Ошибка выборочного среднего:

$$S\_{\overbar{X}}=\frac{6,791}{\sqrt{30}}=1,24$$

Показатели относительного рассеивания

Коэффициент вариации и исправленный коэффициент вариации:

$$V=\frac{6,695}{36,43}∙100=18,38\%$$

$$\overbar{V}=\frac{6,791}{36,43}∙100=18,64\%$$

Относительное линейное отклонение:

$$K\_{D}=\frac{5,46}{36,43}∙100=14,99\%$$

Коэффициент осцилляции:

$$K\_{0}=\frac{27}{36,43}∙100=74,11\%$$

Исчисление моментов и показателей асимметрии:

Точечные оценки асимметрии и ошибки оценок:

$$A=\frac{5029,356}{30∙6,695^{3}}=0,559$$

$$S\_{A}=\sqrt{\frac{6∙29}{31∙33}}=0,412$$

$$\overbar{A}=\frac{\sqrt{30∙29}}{28}∙\left(0,559\right)=0,589$$

$$S\_{\overbar{A}}=\sqrt{\frac{6∙30∙29}{29∙31∙33}}=0,419$$

Точечные оценки эксцесса и ошибки оценок:

$$E=\frac{1788550}{30∙6,695^{4}}-3=26,674$$

$$S\_{E}=\sqrt{\frac{24∙30∙28∙27}{29^{2}∙33∙35}}=0,749$$

$$\overbar{E}=\frac{29∙(31∙\left(26,674\right)+6)}{28∙27}=31,95$$

$$S\_{\overbar{E}}=\sqrt{\frac{24∙30∙29^{2}}{27∙28∙33∙35}}=0,8327$$

Вычисление интервальных оценок

При $p=0,95$ и $v=29$ находим:

$$t\left(\frac{1+p}{2},n-1\right)=2,04572$$

$$S\_{\overbar{X}}t\left(\frac{1+p}{2},n-1\right)=2,537$$

Тогда доверительный интервал для мат ожидания:

$$36,43-2,537<M\left(X\right)<36,43+2,537$$

$$33,89<M\left(X\right)<38,97$$

При $p=0,95$ и $v=29$ находим:

$$ℵ^{2}\left(\left(1+p\right)2, n-1\right)=45,7295$$

$$ℵ^{2}\left(\left(1-p\right)2, n-1\right)=16,8719$$

Тогда доверительный интервал для дисперсии:

$$\frac{29∙6,791^{2}}{45,7295}<D\left(X\right)<\frac{29∙6,791^{2}}{16,8719}$$

$$29,25<D\left(X\right)<79,27$$