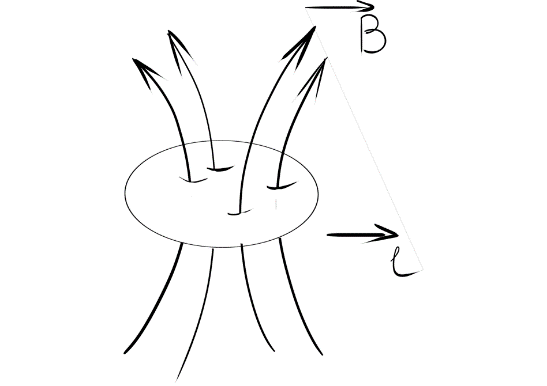
**ЧАСТИНА 3 Електромагнітні хвилі. Електричні коливання**

**Рівняння Максвела**

Рівняння Максвела були сформульовані в 1864 році. Вони поєднують основні дослідні закони електрики й магнетизму. Ці рівняння дають взаємозв’язок між величинами, що характеризують електричні та магнітні поля з джерелами цих полів, тобто з розподілом електричних зарядів і струмів.

**3.1 Вихрове електричне поле**

Розглянемо замкнений провідний нерухомий контур *l*, крізь поверхню якого змінюється вектор магнітної індукції . У такому контурі буде виникати е.р.с. індукції Еi , а отже індукційний струм. Однак, тому що контур нерухомий, то причиною виникнення Еi не можуть бути магнітні сили. Отже, сторонніми силами, що викликають е.р.с. у контурі, повинна залучатися сили електричної природи, а саме сила вихрового електричного поля, схожа на силу Кулона:

На відміну від електростатичного поля, яке є потенційним, вихрове поле є соліноїдальним. Його лінії замкнені, а джерелом є магнітне поле, що змінюється в часі. В цьому випадку е.р.с. індукції в контурі буде дорівнювати циркуляції вектора :

**(1)**

Але із закону електромагнітної індукції:

**(2)**

де

**(3)**

Підставимо (3) в (2):

Тому що поверхня нерухома , то операції диференціювання і інтегрування можна поміняти місцями, тоді

**(4)**

Прирівнюємо (1) і (4):

**(5)**

Якщо для електростатичного поля напруженість , циркуляція поля:

то в загальному випадку для результуючого поля:

Тоді закон електромагнітної індукції в інтегральному вигляді(друге рівняння Максвелла в інтегральному вигляди) запишеться:

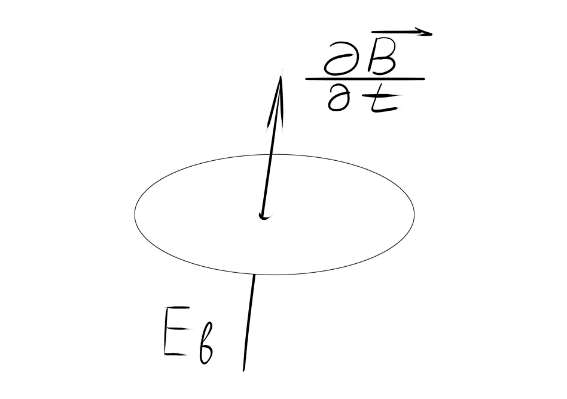
**(6)**

Одержимо диференціальний запис рівняння (6), використовуючи теорему Стокса:

Тоді рівняння(6) можна записати:

Звідки отримаємо електромагнітної індукції в диференціальному вигляді:

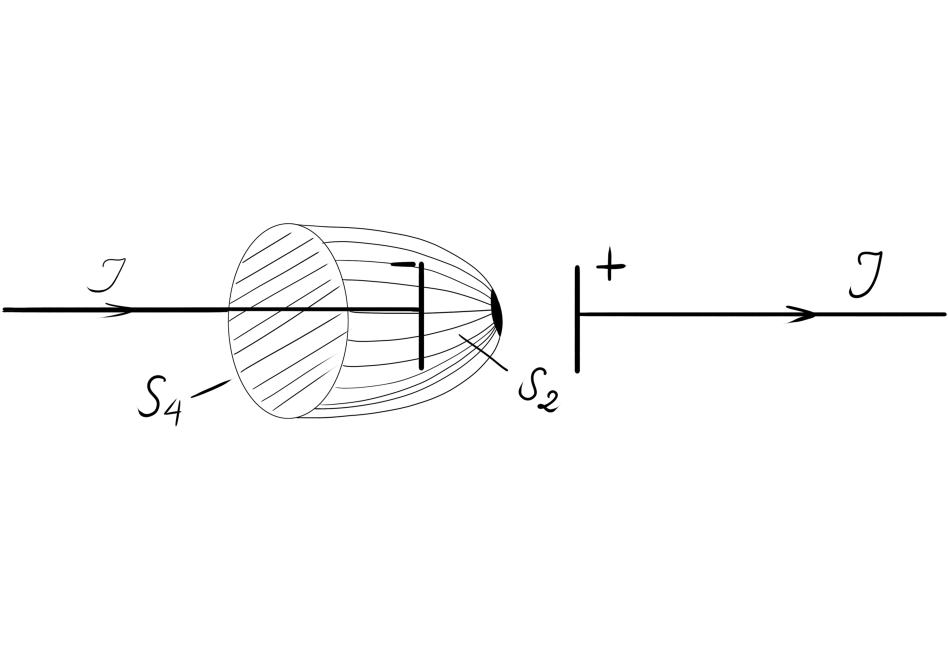
**(7)**



Із цього рівняння слідує, що магнітне поле, що змінюється, приводить до виникнення вихрового електричного поля

**3.2 Струм зміщення**

Максвелл припустив, що електричне поле, що змінюється, приводить до виникнення магнітного поля, яке теж змінюється.

 Знайдемо взаємозв’язок між величинами, що характеризують електричне поле з величинами, що характеризують магнітне поле. Для цього розглянемо нестаціонарне магнітне поле. Для цього розглянемо нестаціонарне магнітне поле напруженості , яке створюється струмом, що виникає, наприклад при розрядці конденсатора.

Подумки виберемо замкнений контур *l*, що охоплює провідник зі струмом *I,* і знайдемо циркуляцію вектора по цьому контуру:

**(1)**

Однак, якщо як поверхню інтегрування вибрати S2, що проходить по діелектрику, між обкладинками конденсатора, то, так як струм провідності у конденсаторі відсутній, одержимо:

**(2)**

Таким чином, зіставляючи рівняння (1) і (2), бачимо, що в залежності від вибору поверхні інтегрування спостерігається протиріччя. Щоб його усунути Максвелл запропонував ввести деякий фіктивний струм, названий струмом зміщення, що дорівнює:

Тоді рівняння (1) запишеться:

**(3)**

У цьому випадку циркуляція ніколи не буде дорівнювати нулю, тому що у випадку поверхні , , а , а у випадку поверхні , , а .

При цьому струм зміщення являє собою електричне поле, що змінюється. Знайдемо явний вираз для струму зміщення:

Тут враховано, що , , а для плоского конденсатора: , звідки .

Таким чином густина струму зміщення дорівнює:

**(4)**

Підставивши (4) в (3), отримаємо перше рівняння Максвелла:

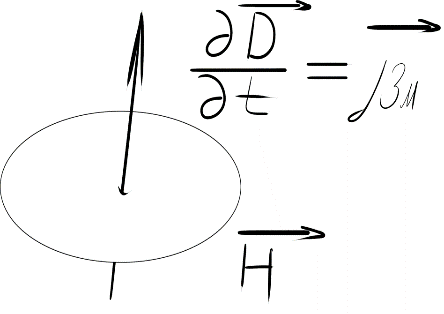
**(5)**

Таким чином циркуляція вектора напруженості магнітного поля по замкненому контуру визначається повним струмом (сумою струму провідності й струму зміщення) через поверхню, обмежену даним контуром.

Одержимо рівняння (5) у диференціальному вигляді. Для цього ліву частину рівняння (5) перетворимо за формулою Стокса:

і отримаємо:

Звідси маємо перше рівняння Максвелла в диференціальному вигляді:

 Загальне між струмом провідності й струмом зміщення полягає в тому, що обоє вони приводять до виникнення магнітного поля. Однак струм зміщення у вакуумі не викликає виділення тепла, на відміну від струму провідності в речовині. Струм зміщення- це чисто умовне поняття, фактично це електричне поле, що змінюється в часі. Тому там, де є електричне поле, що змінюється, існує струм зміщення.

У середині проводів, по яких тече змінний струм, струмом зміщення можна знехтувати у порівнянні зі струмом провідності. Навпаки, в середині конденсатора, між його обкладинками, розділеними діелектрики фбо вакуумом, струмом провідності можна знехтувати у порівнянні зі струмом зміщення. Тобто конденсатор у колі змінного струму не розриває коло змінний струм проходить крізь нього у вигляді струму зміщення, тобто у вигляді електричного поля, що змінюється.

**3.3 Повна система рівнянь Максвелла**

Відкриття Максвеллом струму зміщення дозволило об’єднати електричні й магнітні явища. Це привело до створення електромагнітної теорії Максвелла, в основі якої лежать рівняння Максвелла, що поєднують основні дослідні закони електрики й магнетизму. Повна система рівнянь Максвелла, має вигляд:

**(1)**

**(2)**

**(3)**

**(4)**

**(5)**

**(6)**

**(7)**

Рівняння(1) є математичне твердження дослідного факту про те, що як і заряди, що рухаються, тобто струм провідності, так і електричне поле, що змінюється, тобто струм зміщення, приводять до виникнення магнітного поля

Рівняння (2) - математичний вираз закону електромагнітної індукції.

Рівняння (3) - математичний вираз теореми Гауса для вектора , яке підтверджує дослідні дані про відсутність магнітних зарядів.

Рівняння (4) - теорема Гауса для вектора електричного зміщення, що підтверджує дослідний факт про те, що електричні заряди приводять до виникнення електричного поля.

Рівняння (5), (6), (7) характеризують електромагнітні властивості середовища.

Рівняння (7) - закон Ома в диференціальному вигляді, де σ - питома електропровідність.

Рівняння Максвелла в інтегральному вигляді можна записати:

Рівняння Максвелла описують величезну область фізичних явищ і лежать в основі електротехніки, радіотехніки, використаються в астрофізиці, нелінійній оптиці, магнітній гідродинаміці.

**Електромагнітні хвилі**

Електромагнітна хвиля являє собою електромагнітні коливання, тобто електричне й магнітне поля, що змінюється у часі, які поширюються в просторі з кінцевою швидкістю. На відміну від пружних хвиль,електромагнітні можуть поширюватися не тільки у середовищі, але й у вакуумі.

Весь діапазон хвиль від радіохвиль (з довжиною хвилі λ ≥ 10-3 м) і аж до γ-променів ( λ ≈ 10-12 ÷ 10-15 м) відносяться до електромагнітних хвиль, що розрізняються тільки довжиною хвилі.

Хвильовою поверхнею називається сукупність точок простору, у яких хвиля має однакову фазу.

Хвильовим фронтом називається поверхня, що розділяє області простору, у яких є електромагнітне поле, від області, у якій електромагнітне поле відсутнє.

Залежно від форми фронту хвилі або хвильової поверхні розрізняють плоскі, сферичні й циліндричні хвилі.

**3.4 Хвильове рівняння для**

**електромагнітних хвиль. Плоска хвиля**

Розглянемо нейтральне (тобто ρ = 0), непровідне (тобто = 0) і однорідне (тобто *ε, μ = const* ) середовище. У цьому випадку рівняння Максвелла запишуться:

**(1)**

**(2)**

**(3)**

**(4)**

**(5)**

**(6)**

**(7)**

Перетворюючи рівняння (1), з урахуванням інших рівнянь, можна записати:

**(8)**

де

Аналогічно перетворюючи (2) одержимо:

**(9)** де оператор Лапласа:

Рівняння (8) і (9) є хвильові рівняння для електромагнітної хвилі. Вони описують поширення електромагнітної хвилі, їх рішення є рівняння хвилі, які описують електромагнітну хвилю, тобто залежність величин, що характеризують електромагнітне поле від координат і часу.

Величина, яка дорівнює квадратному кореню з величини зворотної коефіцієнту при другій похідній за часом у хвильових рівняннях, є фазовою швидкістю поширення хвилі:

У випадку вакууму: *ε* = *μ* = 1, тобто v = *c* = 3∙108 *м/с.*

Розглянемо плоску електромагнітну хвилю, що поширюється вздовж осі *x*, у нейтральному, непровідному й однорідному середовищі. Тоді з рівнянь Максвелла можна показати, що компоненти векторів не будуть залежати від координат y і z, а їх проекції на вісь ***x***: *Ex = Hx =* 0.

Тоді рівняння (8) і (9) для плоскої хвилі запишуться:

**(10)**

Фронт хвилі

**Z**

***x***

***y***

Рішенням рівнянь (10) будуть рівняння хвилі:

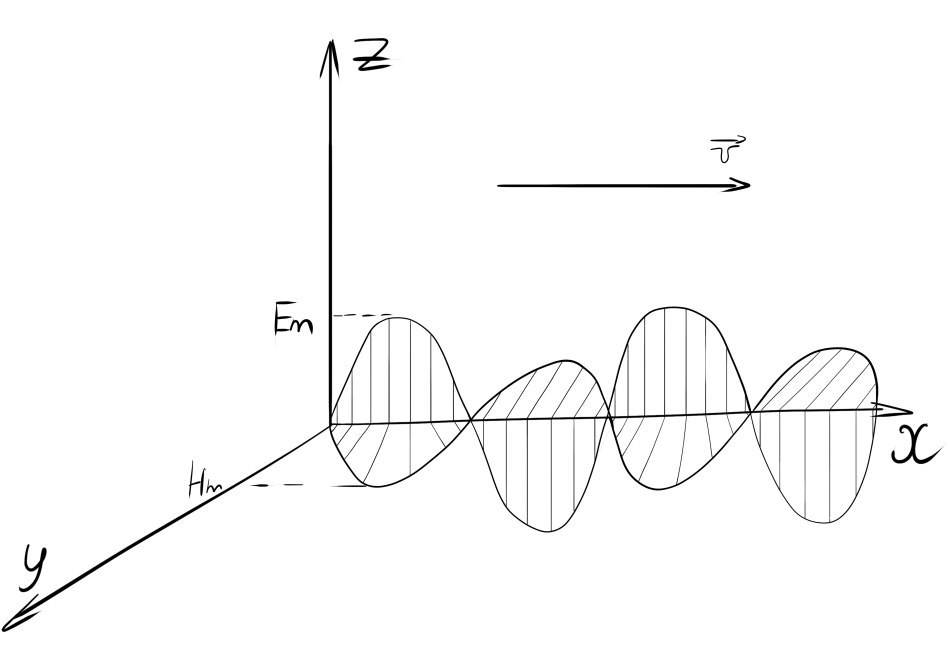
*H y = H m cos(ωt – kx+a1)* **(11)**

*E z = E m cos(ωt – kx+a2),* **(12)**

де *k* – модуль хвильового вектора (хвильове число):

Тут ω = 2π - циклічна частота, λ = vT - довжина хвилі. З (11) і (12) виходить, що .

Тобто електромагнітна хвиля є поперечною хвилею і її миттєве зображення має вигляд:



Можна показати з використанням рівнянь (1 – 7), що початкові фази

*a1 = a2,*а амплітуди хвиль зв’язані співвідношенням:

**3.5 Енергія електромагнітного поля**

Об’ємна густина енергії електромагнітного поля дорівнює сумі об’ємних густин енергій електричного й магнітного полів:

Як і для амплітудних значень, векторів , так і для діючих їх значень, справедливе співвідношення:

тоді

Враховано, що Таким чином об’ємна густина енергії електромагнітного поля дорівнює:

**(1)**

Для позначення кількості енергії, яка передається хвилею у напрямку її поширення, використовується вектор густини потоку енергії:

**(2)**

Вектором густини потоку енергії називається вектор, що співпадає з напрямком поширення хвилі й чисельно рівний енергії, яка переноситься хвилею в одиницю часу крізь одиничну площину, розташовану перпендикулярно напрямку поширення хвилі.

Підставляючи (1) у (2), отримаємо:

де – нормаль до хвильової поверхні. Вектор називають вектором Пойнтинга: