**Статистическое моделирование систем оплаты труда**

**Statistical modeling of pay systems**

**Введение Introduction**

В условиях роста технологического прогресса, глобализации экономики, заработная плата становится чрезвычайно важным фактором, способствующим развитию экономики. В ходе стремительного совершенствования бизнес-процессов на предприятиях увеличивается доля интеллектуального труда, расширяется нормативно-правовая база, ежедневно решаются сложные, разноплановые задачи, соответственно, изменяются социально-трудовые отношения работника и работодателя. Предприятие становится сложной экономической системой, где непрерывно принимаются управленческие решения (УР), в том числе, связанные с управлением человеческими ресурсами.

With increasing technological progress and the globalization of the economy, wages are becoming an extremely important enabler of economic development. With the rapid improvement of business processes in enterprises, the proportion of intellectual labor is increasing, the legal and regulatory framework is expanding, complex, diverse tasks are being addressed on a daily basis and, accordingly, the social and labor relations of the employee and employer are changing. The enterprise is becoming a complex economic system where management decisions (MD), including those related to human resource management, are continually being made.

Для лиц, принимающих решения (ЛПР), смоделировать реакцию персонала на УР и экономическую эффективность от УР является сложнейшей задачей. Дело в том, что каждый самостоятельный сотрудник, как субъект, представляет собой сложную интеллектуально-эмоциональную и психологическую систему. Коллектив, состоящий из множества субъектов, это еще более сложная структура.

For decision makers (DM), modeling staff reactions to MD and the cost effectiveness of MD is a daunting task. The fact is that each individual staff member, as an entity, is a complex intellectual-emotional and psychological system. A team consisting of multiple actors is an even more complex structure.

Система оплаты труда (СОТ) призвана опираться на количественное и качественное содержание труда, при этом соблюдать равновесие между выгодами работника и работодателя. Наличие системы поддержки принятия решений (СППР) для решения такой задачи стало бы мощным поддерживающим фактором для ЛПР.

A compensation system (CS) is designed to rely on the quantitative and qualitative content of labor, while balancing the benefits of the employee and the employer. Having a decision support system (DSS) to deal with such a task would be a powerful supportive factor for the DM.

Актуальность темы состоит в повышении эффективности управления персоналом на предприятиях. Ключом к этому является заработная плата и соответственно СОТ. Следовательно, целесообразно разработать соответствующую СППР. В рамках данной статьи раскрывается принцип работы такой СППР, расчётный модуль программы (ПО) на примере сдельной СОТ. Показан процесс получения статистической модели СОТ для функционирования модуля ПО. Как итог, возможно получить вероятностные оценки результатов на примере сдельной СОТ и внедрять её на предприятиях.

The relevance of the topic is to improve the efficiency of human resources management in enterprises. The key to this is payroll and consequently CS. Consequently, it is advisable to develop an appropriate DSS. Within the framework of this article the principle of operation of such DSS, the calculation program module (software) on the example of piecework CS is disclosed. The process of obtaining a statistical model of the CS for the software module operation is shown. As a result, it is possible to obtain probabilistic estimates of results on the example of piecework CS and to implement it in enterprises.

**Анализ литературных данных и постановка задачи**

**Analysis of literary data and formulation of the task**

Согласно данным платформы WebofScience, по ключевым словам, «compensationplan» и «wageproblems» опубликовано более 200 000 исследований за последние 30 лет, что составляет более 6000 научных статей в год по всему миру. Интерес к различным аспектам оплаты труда не пропадает и на сегодняшний день. Работы, опубликованные 2016-2021 году посвящены именно проблеме заявленной в данной статье. Так, например, исследователей интересует изменение здоровья работников, при переходе на сдельную оплату труда [01]. Влияние системы оплаты труда по возрастному и гендерному принципу [02-07]. Опубликованы работы с изысканиями на тему сочетания переменной части СОТ и коллективного вознаграждения, влияния СОТ на труд топ менеджеров, вопросы гибкости СОТи другие [03, 04, 05, 08, 09].

According to the Web of Science platform, more than 200,000 studies have been published in the last 30 years on the keywords, "compensation plan" and "wage problems", amounting to more than 6,000 research articles per year worldwide. Interest in various aspects of remuneration has not disappeared to this day. The papers published in 2016-2021 focus specifically on the problem stated in this article. For example, researchers are interested in the change in the health of workers, in the transition to piecework pay [01]. The impact of the age and gender pay system [02-07]. There have been published studies on the combination of variable part of CS and collective remuneration, the impact of CS on the work of top managers, CS flexibility and other issues [03, 04, 05, 08, 09].

Что качается российской экономики, многие авторы публикаций, освещающих проблемы СОТ, сходятся во мнении, что для экономики России важным фактором является производительность труда. При этом, серьезная проблема роста данного показателя кроется в неэффективной СОТ [1, с.176], [2, 3, 4]. Устаревшие СОТ требуют реформирования [5, с. 96]. Ключевую роль в многофакторной экономике могли бы сыграть СППР [6], [7, c.151], [8]. Назрела необходимость в разработке СППР, что является актуальной научно-социальной задачей для всего мирового сообщества [9], [10, с.19], [11, с.774]. Существующие IT-системы и СППР, такие как SAP, Oracle, BAAN получили заслуженную популярность [12], [13, с.92], [14, с.215], [15]. Однако предприятия по-прежнему пребывают в поиске тенденций, закономерностей, связей, которые помогли бы им в принятии стратегически важных управленческих решений. Бизнес нуждается в вероятностной оценке последствий УР, особенно при внедрении новых СОТ. Присутствующие на российском и мировом рынке СППР ограничены возможностью предоставления лишь детерминированной оценки, что несравнимо мало для принятия эффективных решений.

As for the Russian economy, many authors of publications covering CS problems agree that labor productivity is an important factor for the Russian economy. At the same time, a serious problem of this indicator growth lies in inefficient CS [1, p.176], [2, 3, 4]. Outdated CS requires reforming [5, p. 96]. SPSS could play a key role in a multifactor economy [6], [7, p.151], [8]. There is an urgent need to develop DSS, which is an urgent scientific and social task for the entire world community [9], [10, p.19], [11, p.774]. Existing IT and DSS systems such as SAP, Oracle, BAAN have gained deserved popularity [12], [13, p.92], [14, p.215], [15]. However, enterprises are still in search of trends, patterns, connections that would help them in making strategically important management decisions. Businesses need a probabilistic assessment of the consequences of MD, especially when implementing new CS. The existing DSS on the Russian and global markets are limited to providing only deterministic assessment, which is incomparably low for effective decision-making.

**Цель и задачи исследования**

**Purpose and objectives of the study**

Научная новизна исследования состоит в разработке авторской СППР в области оплаты труда. В рамках статьи представлена лишь часть исследования, а именно описание статистической модели сдельно-премиальной СОТ.

Целью статьи являетсяполучитьстатистические модели СОТ и показать как они могут быть применены при разработке соответствующих СППР. Главной задачей, которую требуется решить в статье - получить формулы для плотностей вероятностей результирующих показателей сдельно-премиальной СОТ, рассчитать статистические характеристики показателей и оценки риска не эффективного использования системы оплаты труда. Таким образом, будет продемонстрирована работа главного модуля СППР.

The scientific novelty of the study lies in the development of the author's own DSS in the field of remuneration. The article presents only part of the research, namely the description of the statistical model of piece-rate-premium CS.

The aim of the article is to derive statistical models of CS and to show how they can be applied in the development of appropriate DSS. The main task to be solved in the article is to obtain formulas for probability densities of resultant indicators of piece-rate-premium CS, to calculate statistical characteristics of indicators and risk assessment of inefficient use of remuneration system. In this way, the operation of the main DSS module will be demonstrated.

**4. Материалы и методы исследования**

**Materials and methods of research**

**4.1. Описание устройства системы поддержки принятия решений по управлению оплатой труда**

Description of the decision support system for pay management

 В качестве целей СППР можно обозначить, во-первых, повышение эффективности работы предприятий. Во-вторых, появление возможности для ЛПР принимать более взвешенные УР, относительно СОТ на предприятии. В-третьих, снижение экономических рисков, при смене СОТ на предприятии.

Для достижения целей СППР, требуется решить соответствующие задачи, то есть ПО должно иметь релевантный функционал. Рассмотрим его на примере рисунка 1.

The objectives of the DSS are, firstly, to improve the efficiency of the enterprises. Secondly, to enable the decision makers to make more informed decisions regarding the CS in the enterprise. Thirdly, to reduce economic risks when changing the CS at the enterprise.

In order to achieve the objectives of DSS, it is required to solve relevant tasks, i.e. the software should have relevant functionality. Let us consider it on the example of Figure 1.

Вставка рисунка

**Рис. 1** Описание модулей СППР

Figure 1 Description of the DSS modules

Как видно из рисунка 1, в СППР представлено 3 основных модуля. Модуль ввода данных позволяет пользователю указать количественные данные его предприятия; возможность самостоятельно определять уровень риска для ряда параметров и желаемый результат. Далее на этапе 2 в модуле обработки данных происходит применение разработанных статистических моделей СОТ. В модуле вывода данных предоставляется информация для принятия решений. А именно: прогнозные значения параметров на его предприятии, вероятность и размер риска.

As can be seen from Figure 1, there are 3 main modules in the DSS. The data input module allows the user to specify the quantitative data of his/her enterprise; the ability to independently determine the risk level for a number of parameters and the desired outcome. Then, in step 2, the data processing module applies the developed CS statistical models. The data output module provides information for decision-making. Namely: predicted values of parameters at his enterprise, probability and size of risk.

**4.2. Проблема случайности и многовариантности СОТ**

The problem of randomness and multi variability CS

По нашему мнению, в создании выше обозначенной СППР в области СОТ, существует две основные проблемы.

In our opinion, there are two main problems in the creation of the above-mentioned DSS in the field of CS.

№ 1. Фактор случайности.

№ 1. The randomness factor.

Ключевыми параметрами оценки деятельности предприятия являются показатели выработки Q, качества продукции G, заработной платы W, степени удовлетворенности трудом Sat. К сожалению, статистические данные предприятий по перечисленным параметрам отсутствуют.

The key parameters for assessing the performance of an enterprise are output Q, product quality G, wages W, and satisfaction Sat. Unfortunately, there is no statistical data of enterprises on the above parameters.

Даже если предположить, что за определенное время t на предприятии А собрали такие показатели при использовании СОТ0, а затем внедрили СОТ1, и снова собрали те же данные — выявить закономерность в изменении показателей достаточно сложно, так как требуется многократное повторение эксперимента. Также нельзя утверждать, что при применении СОТ1 вместо СОТ0 предприятие Б получит прогнозируемые расчетные показатели, такие же как и на предприятии А. Несправедливым будет и утверждать, что все исследуемые предприятия при использовании СОТ1 после применения СОТ0 получат одинаковые расчетные параметры.

Even if we assume that over a period of time t, Enterprise A collected such indicators using CS 0 and then implemented CS 1 and collected the same data again, it is quite difficult to identify a pattern in the change in indicators, as multiple repetitions of the experiment are required. Nor can it be argued that using CS 1 instead of CS 0 will give Enterprise B the same predicted estimates as Enterprise A. Nor is it fair to say that all of the businesses in the study will have the same estimates when CS 1 is used after CS 0 is applied.

Причина кроется в индивидуальной и непрогнозируемой реакции коллектива и каждого отдельного работника на изменения в системе оплаты труда. Случайный фактор касается всех параметров. По этой причине спрогнозировать качественные и количественные изменения показателей деятельности предприятия в результате внедрения СОТ возможно только, опираясь на статистику. Однако, на текущий момент, статистические данные отсутствуют.

The reason lies in the individual and unpredictable reaction of the team and each individual employee to changes in the pay system. The random factor applies to all parameters. For this reason, it is only possible to predict the qualitative and quantitative changes in the performance of an enterprise as a result of the introduction of the CS only by relying on statistics. However, statistical data are not available at the moment.

№ 2. Многовариативность.

Multi variability.

Для начисления оплаты труда учитывается множество параметров, начиная от тарифной ставки и заканчивая премией за качество, за выработку, а также множество надбавок и бонусов. Результатом такой системы становится высокая вариативность СОТ, помноженная на разновидности СОТ и другие факторы. При одинаковой СОТ, например при сдельно-премиальной, порядок начислений на разных предприятиях может кардинально отличаться. Таблица 1 рассматривает ситуацию, когда из 6-ти видов СОТ предприятию необходимо спрогнозировать и выбрать наиболее эффективную.

Many parameters are taken into account for pay, ranging from wage rates to quality bonuses, output bonuses and a multitude of allowances and bonuses. The result of this system is a high variability in the CS, multiplied by the variety of CS and other factors. Where the SOP is the same, e.g. piece rate CS, the way the enterprise charges can vary dramatically from one enterprise to another. Table 1 shows a situation where an enterprise needs to predict and choose the most effective of the 6 types of CS.

**Таблица 1** – многовариативность СОТ

**Table 1** – multi variability CS

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Параметр****Parameter** | **Значение****Value** | **Количество****Quantity** |
| СОТCS | Сдельная, повременная, повременно-премиальная, сдельно-премиальная, сдельно-прогрессивная, сдельно-регрессивнаяPiecework, hourly, piece-rate, piece-rate, piece-progressive, piece-regressive. | 6 СОТ6 CS |
| Результирующие показателиResulting indicators | Производительность труда - Q, показатель качества - G, размер заработной платы - W, удовлетворенность трудом - Sat.Labor productivity - Q, quality indicator - G, wage rate - W, labour satisfaction - Sat. | 4 результирующих параметра 4 resulting parameters |
| Закон распределения результирующих показателейThe distribution law of the resultant indicators | Результаты применения СОТ случайны. Закон распределения выбрать невозможно, требуется подбирать из числа известных. В качестве примера применим 4 закона: равномерный, логнормальный, хи-квадрат и нормальный.The results of the CS are random. It is not possible to choose a distribution law, it is necessary to select from a number of known laws. As an example, we will apply 4 laws: uniform, lognormal, chi-square and normal. | 4 Закона распределения = 256 сочетаний4 Laws of distribution = 256 combinations |
| КонстантыConstants | Каждая СОТ имеет индивидуальные константы. Для 6 СОТ используем 12 констант, каждая из которых варьируется в значениях от min к max.Each CS has individual constants. For 6 CS we use 12 constants, each of which varies in values from min to max. | 4096 сочетаний констант4096 constant combinations |

Сравнивая 6 видов СОТ и применяя к каждому варианту закон распределения результирующих параметров, получаем количество вариантов сравнения: 256 сочетаний \* 4096 констант = 1 048 576 вариантов сравнения СОТ. Расчет подтверждает многовариантность параметров СОТ и отсутствие закономерности их функционирования.

Comparing 6 types of CS and applying the distribution law of the resulting parameters to each variant, we obtain the number of comparison variants: 256 combinations \* 4096 constants = 1,048,576 CS comparison variants. The calculation confirms the multivariate nature of the CS parameters and the lack of regularity in their functioning.

**4.3. Решение проблемы случайности и многовариантности СОТ**

**Addressing the randomness and multivariate nature of** **CS**

Решение проблем вариативности СОТ, случайности и неопределенности закона распределения наглядно представлено в таблице 2.

The solution to the problems of CS variability, randomness and uncertainty of the distribution law is clearly presented in Table 2.

**Таблица 2** – сравнение решений проблем вариативности СОТ

Table 2 - Comparison of solutions to CS variability problems.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Решение****The solution** | **Суть****The essence** |
| 1 | На основе статистических данныхBased on statistical data | Вероятностные прогнозы строятся на основании статистики. Понадобятся статистические данные по видам и результатам функционирования СОТ на разных предприятиях. Probabilistic forecasts are based on statistics. Statistical data on the types and results of CS in different enterprises will be needed. |
| 2 | На основе статистических моделейBased on statistical models | На основе анализа статистических моделей выясняется плотность вероятностей появления тех или иных результатов функционирования СОТ.Based on the analysis of statistical models, the probability density of the occurrence of a particular CS outcome is found. |
| 3 | На основе имитационного моделированияBased on simulation modeling | На основе имитационной модели СОТ получают сгенерированные показатели, которые подлежат исследованию и аналитике. Based on the CS simulation model, generated indicators are derived to be investigated and analyzed. |

1-й пункт таблицы 2 — касается решений, которые опираются на статистические данные. Реальной статистики {Q, G, W, Sat} по СОТn, на текущий момент, не существует. Для сравнительной аналитики различных видов СОТ и результатов их функционирования необходимо располагать данными, например, о ежемесячной выработке работниками разных предприятий с разным количественным составом, а затем сравнивать показатели по всем видам СОТ.

The 1st point of Table 2 refers to decisions which rely on statistical data. There are no real statistics {Q, G, W, Sat} for the CS n, at the moment. For a comparative analysis of the different types of CS and their performance it is necessary to have data, e.g. on the monthly output of workers in different enterprises with different quantities and then to compare the figures for all types of CS.

Поскольку в первом случае решение лежит в плоскости чрезвычайно проблематичного сбора статистических данных, мы полагаем, что целесообразно остановиться на рассмотрении вариантов 2 и 3 из таблицы 2.

Since in the first case the solution lies in the extremely problematic collection of statistical data, we believe that it is appropriate to consider options 2 and 3 from Table 2.

Работа по описанию статистических моделей – трудоёмкий, но результативный процесс. Отметим, что в рамках данной статьи нами рассматривается статистическая модель сдельно-премиальной СОТ, в которой случайные переменные распределяются нормально.

The work of describing statistical models is a time-consuming but productive process. Note that for the purposes of this paper we consider a statistical model of piecework-premium CS, in which the random variables are normally distributed.

**4.5. Условные обозначения и математическая формализация функционирования сдельно-премиальной СОТ**

**The notation and mathematical formalization of the operation of a piece-rate CS.**

Введем следующие обозначения:

Introduce the following notations:

 – выработка при повременной СОТ, измеряется в у.е., случайная величина;

The output of a time-based CS, measured in c.u., is a random variable;

;

 – влияние на выработку при смене СОТ, случайная величина, ;

 – is the effect on output during a change of CS, random variable, x2∈[0;1];

 – качество выпускаемой продукции при повременной СОТ в %, случайная величина; ;

 – is the quality of output under a time-based CS in %, a random variable; ∈[50;100];

 – влияние на качество при смене СОТ, ;

- impact on quality when changing CS, ∈[0;1];

 – удовлетворенность трудом при повременной СОТ в %, случайная величина;

 - satisfaction with work in the time-based CS in %, a random variable;

;

 – оклад при повременной СОТ, измеряется в у. денежных ед.; =10000;

is the wage for a part-time CS, measured in conventional monetary units ; = 10000;

 – тарифная ставка при сдельно-премиальной СОТ, измеряется в у. денежных ед.; ;

 is the wage rate for piece-rate CS, measured in conventional monetary units; ∈[105;117];

 – премия за качество при сдельно-премиальной СОТ, измеряется в у. денежных ед.; ;

 is a quality bonus in a piece-rate CS, measured in conventional monetary units; ∈[1000;3000];

b2 – норма качества, при достижении которой при сдельно-премиальной СОТ выплачивается премия ;

is the quality standard that, when achieved in a piece-rate CS, results in a bonus of ∈[70;80];

 – фонд оплаты труда при сдельно-премиальной СОТ, измеряется в у. денежных ед.;

 - payroll for piece-rate CS, measured in c.u;

 – качество при сдельно-премиальной СОТ, в %;

 - quality at piece-rate CS, in %;

 – удовлетворенность трудом при сдельно-премиальной СОТ, в %;

 - satisfaction with piece-rate CS, in %;

 – выработка при сдельно-премиальной СОТ, в у.е..

Q4 - output under piece-rate SOP, in c.u.

Прокомментируем единицы измерения показателей. По сути в описании статистической модели не имеет значения в чем конкретно измеряются показатели. В тоннах, мегатоннах, м3, рублях, долларах, млрд. долларах США. Значение имеет лишь их функциональная взаимосвязь. Поэтому мы применяем обозначения у.е. и у. ден. ед.

Let us comment on the units of measurement of the indicators. In essence, in the description of the statistical model it does not matter in what exactly the indicators are measured. Tons, megatons, m3, rubles, dollars, billions of US dollars. The only thing that matters is their functional relationship. This is why we use the conventional unit and the conventional monetary unit.

Приведем формулы для расчета параметров СОТ. Формулы построены исходя из концепции «экономического человека», предложенной А. Смитом и оформленной Дж. С. Миллем. Это является темой отдельной дискуссии. Общий смысл сводится к эгоистичным интересам экономических субъектов. Например, чем меньше наемный работник трудится, при сохранении текущей заработной платы или даже её росте, тем более он будет удовлетворен трудом. И наоборот. Этот принцип выражен в следующих формулах:

Here are the formulas for calculating CS parameters. The formulas are based on the concept of "economic man" proposed by A. Smith and formalized by J. S. Mill. This is a topic for a separate discussion. The general sense boils down to the self-interest of economic actors. For example, the less a wage earner works, while maintaining the current wage or even increasing it, the more satisfied he will be with his work. And vice versa. This principle is expressed in the following formulas:

Вставка формул 1-4

Диапазон изменения величины составляет: .

The range of variation of the value is: 1≤≤100.

Пусть случайные величины заданы своими плотностями распределения

. Случайные переменные изменяются в диапазонах: , , , .

Let the random variables be given their distribution densities . The random variables vary in the ranges:, , , .

Здесь ; ; , .

В качестве плотностей используем усеченное нормальное распределение.

Here ; ; , .

We use truncated normal distribution as densities

**5. Результаты исследований**

**Research results**

**5.1. Плотность распределения выработки при сдельно-премиальной СОТ**

**Output distribution density in a piece-rate CS.**

Рассмотрим случайную величину **Q4** (выражает выработку при сдельно-премиальной СОТ, в у.е.)

Let's consider a random variable Q4 (expresses the output at a piecework-premium CS, in a conditional unit).

Обозначим Q4 через v.

Denote Q4 by v.

Для плотности вероятностей случайной величины выработки получим следующее выражение

For the probability density of the random output variable we obtain the following expression

 (5)

 – normalization constant (6)

**Пример 1**. Пусть случайные величины x1 и x2 распределены нормально с параметрами (; ).

**Example 1**. Let the random variables x1 and x2 be normally distributed with parameters (; ).

**График плотности вероятностей случайной величины имеет вид (см. рисунок 2)**

**The probability density plot of the random variable v=Q4 looks like (see Figure 2).**

Вставка рис 2 и формул

Характеристики случайной величины

Characteristics of the random variable *v=Q4*

Величину можно использовать как меру эффективного труда (получения желаемой выработки).

The value can be used as a measure of efficient labor (getting the desired output).

 На следующем рисунке приведен график вероятности успешного достижения заданного уровня выработки

The following figure shows a graph of the probability of successfully reaching a given level of output

Вероятность P(v>X)

Probability P(v>X)

, см. рисунок 3 see figure 3

Вставка риисунок 3

Рис. 3 Fig. 3

 Как видно из графика,вероятность добиться планки максимальной производительности в 100 у.е. стремится к нулю. У представленной кривой также есть интересное свойство, а именно, что вероятность достичь выработки от 90 до 100 у.е. резко снижается. Напротив, добиться результатов от 70 до 80 у.е. стремится к 0,99 и начинает плавно снижаться в промежутке выработки от 80 до 90 у.е.

As can be seen from the graph, the probability of achieving the maximum output of 100 c.u. tends towards zero. The curve also has an interesting property, namely that the probability of achieving output between 90 and 100 c.u. decreases sharply. By contrast, between 70 and 80 c.u., the probability tends towards 0.99 and starts to fall smoothly between 80 and 90 c.u.

График демонстрирует логичное поведение работников производства. Сдельная ставка резко повышает производительность, но не линейно. Практически каждый трудовой коллектив может увеличить свою производительность. Далее (промежуток 80-90 у.е.), количество коллективов, которые способны далее увеличить свою выработку плавно снижается. На самом же трудном участке (90-100 у.е.), количество работников, способных поддерживать высокую выработку резко снижается. Таким образом, приближаясь к максимуму, выработки остаются «звездные» коллективы.Поэтому вероятность того, что на конкретном рассматриваемом предприятии работает именно такой коллектив стремится к нулю.

The graph demonstrates the logical behavior of production workers. The piece rate increases productivity dramatically, but not linearly. Virtually every workforce is able to increase their productivity. Then (between 80-90 c.u.), the number of teams that are able to further increase their output declines smoothly. At the hardest point (90-100 c.u.), the number of workers able to maintain high output decreases sharply. Thus, approaching the maximum output, star teams remain. Therefore, the probability that the particular enterprise in question has such a team is tending towards zero.

**5.2. Плотность распределения качества при сдельно-премиальной СОТ**

**Quality distribution density in piece-rate CS**

Теперь рассмотрим случайную величину G4 (выражает качество при сдельно-премиальной СОТ). Обозначим G4 через y. Имеем

Now consider the random variable G4 (expressing quality in a piece-rate CS). Let's denote G4 by y. We have

 (7)

Для плотности можно получить следующее выражение

The following expression can be derived for the density

, (8)

 (9)

**Пример 2**. Пусть случайные величины y1 и y2 распределены нормально с параметрами (; ). Зададим

График плотности вероятностей случайной величины имеет вид (см. рис. 4)

**Example 2.** Let random variables y1 and y2 be normally distributed with parameters ; )Let's set b2=80.

The probability density plot of the random variable has the following form (see Fig. 4)

Вставка рис 4., 5 и формул

Аналогично выработкеграфик вероятности достижения максимального качества имеет выпуклую форму. Также имеются три важных участка: первый - 65-70%, где вероятность достижения данного уровня качества стремится к 1, второй – 70-75%, где наблюдается постепенное снижение значений функции вероятности, третий – 75-80%, где мы видим резкое падение вероятности, вплоть до нулевой отметки.

Similarly, the plot of the probability of reaching the maximum quality level has a convex shape. There are also three important areas: the first is 65-70%, where the probability of achieving a given level of quality tends towards 1; the second is 70-75%, where there is a gradual decline in the probability function; the third is 75-80%, where we see a sharp fall in the probability, down to the zero level.

Однако, есть два основных отличия от графика выработки. Во-первых, график на рис. ???имеет более пологий вид на участке 70-75%. Во-вторых, предельное значение качества лишь 80%., в отличие от выработки (100 у.е..). Чтобы объяснить эти свойства, нужно обратить внимание на то как выдается премия за достижение качества - показатель b2, который можно задать от 70 до 80%. То есть, работник получает премию при достижении планки b2. Теперь разберем каждый участок графика подробнее.

However, there are two main differences from the production graph. Firstly, the graph in Figure ??? is flatter at 70-75%. Secondly, the quality limit is only 80%, as opposed to the output (100 c.u.). To explain these properties, we need to look at how a quality bonus is given - the b2 value, which can be set from 70 to 80%. That is, an employee receives a bonus when the b2 bar is reached. Let's now look at each section of the graph in more detail.

Участок 65 – 70%. – уровень качества, который достигнет 100% трудовых коллективов, так как он не является труднодостижимым, а премия является существенной. Участок 70-75%, вероятность достижения работниками данного уровня качества в обмен на премию находится от 0,9 до 1. Это объясняется тем, что этот уровень качества с одной стороны не является слишком высоким, с другой стороны премия является существенной. На третьем участке 75-80% функция резко падает вниз. Это связано с тем, что 80% качества являются более труднодостижимым уровнем, следовательно немногие трудовые коллективы, при одновременно существующей сдельной части за выработку, смогут достичь такого уровня, а значит и вероятность будет стремиться к нулю.

Plot 65 - 70%. - the quality level that 100% of the workforce will reach, because it is not difficult to achieve and the bonus is significant. Plot 70-75%, the probability that the workers will reach this quality level in exchange for the bonus is between 0.9 and 1. This is because this quality level is not too high on the one hand and the bonus is significant on the other hand. In the third area, the 75-80% function drops off sharply. This is due to the fact that 80% quality is a more difficult level to achieve, hence few workforces, with the existing piece rate for output, can achieve this level, and hence the probability will tend towards zero.

Объяснение же предела функции в 80% состоит в том, что работники абсолютно не заинтересованы производить более качественную продукцию, свыше того уровня за который им выдадут премию.

The explanation for the 80% function limit, on the other hand, is that workers have absolutely no incentive to produce higher quality products above the level for which they will be given a premium.

Итоговый вывод: чем ваше ЛПР ставит планку качества, с которой будет выплачена премия, тем меньше вероятность того, что работники будут её достигать. Этот простой тезис имеет экономическую логику и здравый смысл, а также подтверждается математически.

Bottom line: the more your DM sets a quality bar with which to pay a bonus, the less likely it is that workers will reach it. This simple thesis has economic logic and common sense, and is also supported mathematically.

**Расчет характеристик случайной величины v = G4**

**Calculating the characteristics of the random variable v = G4**

Вставка формул

**Расчет характеристик переменной G4**

**Calculation of the characteristics of the G4 variable**

Вставка формул

**5.3. Плотность распределения фонда оплаты труда при сдельно-премиальной СОТ**

Payroll allocation density in a piece-rate-premium CS

Обозначим переменную W4 за W.

Let's denote the variable W4 by W.

Ранее мы вводили обозначение и получили плотность

Previously, we entered the notation and obtained the density

Здесь мы имеем два несовместных события – случай 1 () и случай 2 ().

Here we have two incompatible events - case 1 and case 2 ).

Для вычисления вероятностей, необходимо перенормировать плотность

To calculate the probabilities, the density

 must be renormalized.

Вставка формул

**Переменная W4 (фонд оплаты труда при сдельно-премиальной СОТ)**

**Variable W4 (payroll for piece-rate CS)**

Вставка формул

**5.4. Плотность распределения удовлетворенности трудом работников при сдельно-премиальной СОТ**

**Distributional density of employee satisfaction with piecework-premium CS**

Перейдем кслучайной величине**Sat4 (**удовлетворенность трудом при сдельно-премиальной СОТ). Обозначим её за .

Let's move on to the random value Sat4 (satisfaction with piecework-premium CS). Let's denote it by r.

**Случай 1**

Case 1

Вставка рисунка 6 и формул

**Случай2**

**Case 2**

Вставка рисунка 7 и формул

**Расчет характеристик случайной величины r = Sat4**

**Calculating the characteristics of a random variable r = Sat4**

Вставка формул

**Расчёт характеристик (среднее значение, стандартное отклонение) переменной Sat4 (удовлетворенность трудом при сдельно-премиальной СОТ)**

**Calculation of the characteristics (mean value, standard deviation) of variable Sat4 (satisfaction with piecework-premium CS).**

Вставка формул

**5.5. Применение статистической модели в модуле обработки данных СППР**

**Applying a statistical model to the data processing module of the DSS**

Полученные плотности вероятностей эффективно используются в модуле обработки данных (см. рис. 1). Происходит это по следующему алгоритму:

The resulting probability densities are effectively used in the data processing module (see Figure 1). This is done using the following algorithm:

1. Пользователь задает какие значения показателей он хотел бы получить {Q,G,Sat,W};

The user specifies which indicator values he would like to get {Q,G,Sat,W};

1. Пользователь задает в % уровень риска, который он готов принять в случае если его УР относительно СОТ не сработает;

The user sets in % the level of risk he is prepared to accept in case his MD in relation to the CS fails;

1. ПО накладывает заданные пользователем параметры на статистические модели;

The software overlays user-defined parameters on statistical models;

1. Выводится результат для принятия УР.

The result for the adoption of MD is output.

Например, пользователь желает в случае смены СОТ с повременной на сдельно-премиальную достичь величины выработки **(**выработка при сдельно-премиальной СОТ) значения не менее 95 у.е. Согласно полученной плотности вероятности, вероятность этого события составит:

For example, if the user wants to change from a wage-based to a piece-rate-based CS, he wants to achieve an output value Q4 (the output of a piece-rate CS) of at least 95 c.u. According to the derived probability density, the probability of this event will be:

 (10)

Таким образом, мы имеем поле для УР. Готов ли менеджер сменить СОТ ради получения высокого результата выработки с вероятностью 17%.

Thus, we have a field for MD. Whether a manager is willing to change CS to obtain a high output result with a probability of 17%.

Аналогично происходит расчет и других показателей. Например, если мы хотим получить уровень качества не ниже 75%, это произойдет с вероятностью 0,9.

Other indicators are calculated in a similar way. For example, if we want to get a quality level of at least 75%, this will happen with a probability of 0.9.

 Разумеется, модуль обработки данных СППР работает несколько сложнее. Хотя бы потому, что в нём функционирует не одна, а несколько статистических моделей по разным СОТ. В технической части ПО уже происходит их сравнение. В итоге, УР сводятся к тому, чтобы пользователь совершил взвешенный выбор между желаемыми показателями и вероятностью их реализации.

Of course, the data processing module of the DSS is somewhat more complex. If only because it operates not one but several statistical models for different CS. In the technical part of the software, they are already being compared. In the end, MD are reduced to the user making a weighted choice between the desired indicators and the probability of their realization.

**Выводы Conclusions**

Целью статьи являлась разработка статистической модели сдельно-повременной СОТ, для её применения в модуле обработки данных в СППР в области СОТ. Существующие модели СОТ не учитывают случайного характера поведения показателей СОТ, что делает модели мало пригодными. Для построения практически полезных моделей нужны статистические данные, которые в настоящее время отсутствуют. В статье предложены два основных подхода решения проблемы: 1) создание аналитических статистических моделей СОТ и 2) разработка имитационных моделей СОТ. В данной работе представлена статистическая модель сдельно-премиальной СОТ, полученная в предположении равномерного распределения исходных величин. Получены формулы для плотностей вероятностей результирующих показателей сдельно-премиальной СОТ, на основе которой рассчитаны статистические характеристики показателей СОТ, а также вероятность получения желаемых результатов. Основными выводами можно считать:

The purpose of this paper was to develop a statistical model of piece-rate CS, to be used in the data processing module of the CS DSS. Existing CS models do not take into account the random behavior of CS indicators, which makes the models of little use. In order to build practically useful models it is necessary to have statistical data, which are not available at present. The paper proposes two main approaches to solve the problem: 1) creating analytical statistical CS models and 2) developing CS simulation models. This paper presents a statistical model of piece-rate CS obtained under the assumption of uniform distribution of initial values. The formulas for the probability densities of the resulting indicators of piecework-premium CS were obtained, on the basis of which the statistical characteristics of CS indicators were calculated, as well as the probability of obtaining the desired results. The main conclusions are as follows:

1. Аналитические статистические модели СОТ возможно получить и эффективно применить в модуле СППР в области СОТ.

Analytical statistical models of CS are possible to obtain and effectively apply in the CS DSS module.

1. Равномерное и нормальное распределение исходных данных СОТ, на основе которых получены формулы для плотности вероятностей результирующих показателей, является самым простым случаем. Но даже для такого простого случая полученная модель СОТ представляется более пригодной для практики, чем детерминированные модели СОТ.

The uniform and normal distribution of the original CS data, from which the formulas for the probability densities of the resulting indicators are derived, is the simplest case. But even for this simple case, the resulting CS model seems to be more practical than the deterministic CS models.

1. Для более сложных вероятностных распределений исходных данных (нормальное распределение, распределение хи-квадрат и других) конечные формулы для плотностей вероятностей результирующих показателей СОТ становятся слишком громоздкими и трудно интерпретируемыми.

For more complex probability distributions of input data (normal distribution, chi-square distribution and others), the finite formulas for the probability densities of the resulting CS indicators become too cumbersome and difficult to interpret.

1. Дальнейшее развитие моделей СОТ возможно на основе имитационного моделирования. Метод имитационного моделирования позволяет моделировать любой процесс, на протекание которого влияют случайные факторы. Также метод является универсальным для решения математических задач.

Further development of CS models is possible on the basis of simulation modeling. The simulation modeling method allows the modeling of any process influenced by random factors. It is also a universal method for solving mathematical tasks.